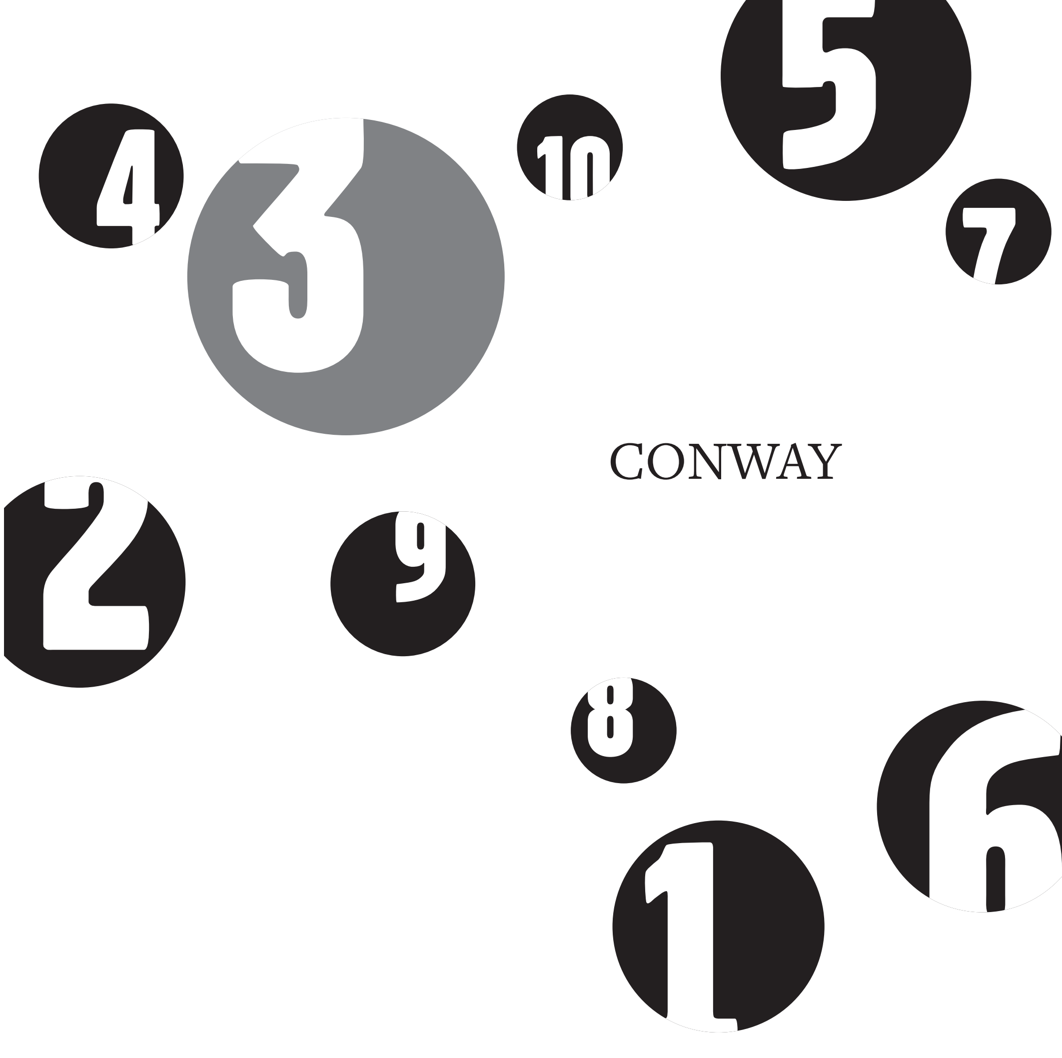
Biografia do Matemático???

Conway

Biografia do Matemático (Itália, séc. XII-XIII)
Celebrizado pelo romance de Dan Brown

Breve explicação do Principio Matemático: Algumas das suas contribuições têm aplicação universal, como a sucessão que leva o seu nome (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,…) e o número de ouro (1.618…), nomeadamente no crescimento animal e vegetal, na disposição das espirais de sementes nas flores, etc.



CONWAY

10 livros, 10 matemáticos, 10 puzzles para aprender e divertir-se

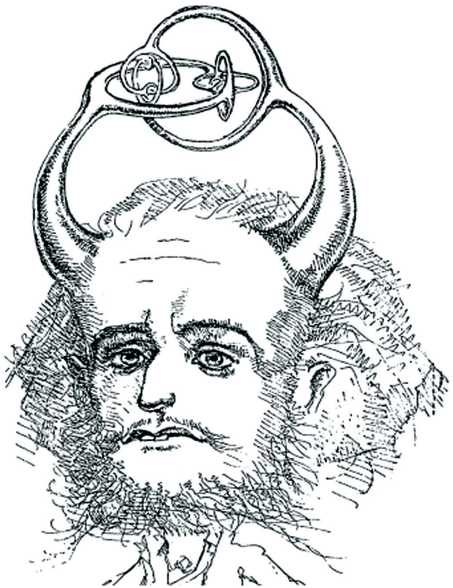
Fibonacci + Missing Square (12/07/07)
Pitágoras + Pentalfa (19/07/07)
John Conway + Ouri (26/07/07)
Leibniz + GO 9x9 (02/08/07)
Mandelbrot + Torres de Hanói (09/08/07)
Arquimedes + Stomachion (16/08/07)
Pacioli + Anéis Chineses (23/08/07)
Galois + Puzzle 15 (30/08/07)
Al-Kwarizmi + Alquerque (06/09/07)
Euler + Hexágono Mágico (13/09/07)

FICHA EDITORIAL
TÍTULO: Sucessão de Fibonacci + 'Missing Square'
AUTOR: Carlos Pereira dos Santos, João Pedro Neto, Jorge Nuno Silva
REVISÃO: Edimpresa
IMPRESSÃO E ACABAMENTO: Norprint **DATA DE IMPRESSÃO:** JUNHO 2007
DEPÓSITO LEGAL: 261140/07 **ISBN:** 978–989612270–6

JOGAR COM A MATEMÁTICA DOS GÉNIOS

10 matemáticos, 10 quebra-cabeças, 10 livros de bolso. De Tales a Conway, cada livro contém informação sobre a vida e obra de um dos maiores matemáticos da humanidade, bem como a descrição e análise de um 'puzzle', que é reproduzido em madeira e faz parte desta colecção.

Veremos que Arquimedes inventou um 'puzzle' diabólico há mais de dois mil anos (Stomachion) ou que o Pentagrama, tão respeitado pelos pitagóricos, também era um jogo de tabuleiro. E ficaremos a saber que Conway desenvolveu uma teoria de jogos, que em África se pratica um complexo jogo aritmético há séculos e que o grande filósofo e matemático Leibniz promovia os jogos de tabuleiro asiáticos. Ou ainda que a teoria dos fractais de Mandelbrot está associada também a 'puzzles', como as Torres de Hanói, que o popular jogo dos 15 é um exercício de Teoria de Grupos e que Euler, há 300 anos, já estudava o percursor do Sudoku. E para além de falarmos sobre alguns dos jogos que os árabes introduziram na Europa há mais de mil anos, neste primeiro livro aprenderemos também que a célebre sucessão de Fibonacci, que nasceu na resolução de um problema sobre criação de coelhos, é útil na concepção de um quebra-cabeças geométrico.
Divirta-se e aprenda matemática com os jogos que desvendam o raciocínio de alguns dos maiores génios da História.



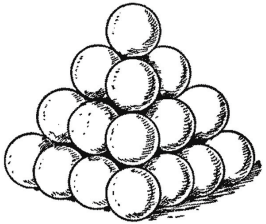
John "Horned" Conway
de Simon Frasier, 1975
(pormenor)

John Horton Conway nasceu em Liverpool em 1937. Bom aluno na escola primária e secundária, cedo mostrou que a Matemática seria a sua paixão para sempre. A sua mãe contava que aos quatro anos ouvia o filho recitar as potências de 2: 2, 4, 8, 16, 32, ... Numa entrevista, aos onze anos, manifestou vontade de ingressar em Cambridge para estudar matemática, o que viria a suceder.

Após a licenciatura, preparou doutoramento numa área da Matemática, a Teoria de Números, onde os enunciados são muitas vezes simples e as soluções extremamente difíceis. Como resolveu o problema que o seu orientador lhe destinou bem cedo, ocupou os anos seguintes com outra matéria --- a Lógica. Foi nesta área que acabou por se doutorar, em 1964.

Data da sua estadia em Cambridge o despertar do seu interesse por jogos. Apreciava e praticava o Gamão, mas jogava também o Go, até porque o campeão inglês também frequentava Cambridge. Embora o seu desempenho no Go não fosse brilhante, começou a tentar analisá-lo matematicamente. O Go, que será descrito no nosso próximo volume, é um jogo oriental muito simples de aprender, mas muito complexo. Os próprios computadores ainda não jogam a um nível aceitável, ao contrário do que se passa, por exemplo, com o xadrez.

A Lógica foi substituída por outro tema nas preferências de Conway. Uma velha conjectura, de Kepler (1571-1630), sobre o empacotamento de esferas, conduziu-o à Teoria de Grupos. A conjectura de Kepler nasceu com a pergunta: como calcular o número de bolas de canhão empilhadas da forma habitual, em pirâmide?



Arranjo piramidal de bolas de canhão

Esta questão motivou outra: qual a disposição de esferas no espaço mais eficiente, que permita colocar o maior número de bolas no menor espaço possível?

Foi esta questão a que Kepler respondeu, dizendo que a disposição que encontramos habitualmente em vários locais, como nos empacotamentos de laranjas, não pode ser melhorada. Por não ter fornecido a respectiva prova, este resultado ficou conhecido por conjectura de Kepler. Houve pretensas provas, algumas das quais Conway ajudou a desmontar, exibindo as respectivas falhas.

Os trabalhos de Conway nesta área levaram-no a descobertas muito importantes, que lhe granjearam fama mundial no meio matemático no final da década de 1960.

Pouco depois inventou um jogo singular, O Jogo da Vida. Inspirado pelo matemático americano de origem húngara John von Neumann, Conway propôs um jogo para... zero jogadores. Há jogos destinados a vários participantes, como o Monopólio, mas muitos dos clássicos destinam-se a dois adversários, como o xadrez. Os jogos para um, como as paciências, também se designam por puzzles, ou quebra-cabeças. Neste jogo de Conway somente a configuração inicial depende do jogador, tudo o que se segue é automático.

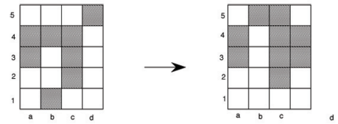
A acção desenrola-se num tabuleiro de xadrez de dimensões arbitrariamente grandes. Cada célula (isto é, cada casa do tabuleiro) tem dois estados possíveis: viva e morta. As gerações sucedem-se segundo as seguintes leis:

a) uma célula viva permanece viva se tiver duas ou três células vizinhas vivas (a vizinhança inclui as células à direita, à esquerda, a de cima e a de baixo bem como as quatro diagonais);

b) uma célula morta ganha vida se tiver três células vizinhas vivas;

c) uma célula viva com menos de dois ou mais de três células vizinhas vivas, morre.

Exemplifiquemos.



Duas gerações consecutivas no Jogo da Vida.

Explicitemos o que se passa com algumas células.

a célula a3 vive porque tem duas vizinhas vivas (a4, b4);

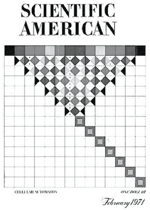
a célula b5 ganha vida porque tem três células vizinhas vivas (a4, b4, c4);

a célula b1 morre porque só tem uma vizinha viva (c2);

a célula b4 morre porque tem quatro vizinhas vivas (a3, a4, c3, c4);

a célula c3 vive porque tem três células vizinhas vivas (b4, c2, c4).

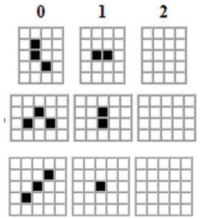
Este jogo tornou-se mundialmente famoso mercê da coluna de Martin Gardner no Scientific American, em 1970. Em 1971 era já motivo de capa e até lançara uma nova área matemática: os Autómatos Celulares,



Capa da Scientific American

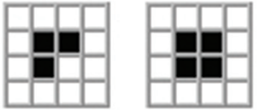
que são estruturas matemáticas úteis em simulações de processos físicos e biológicos e que, a um nível teórico, podem comportar-se como computadores.

O Jogo da Vida é muito rico e convida a experimentar diversas configurações iniciais. Do artigo de Gardner citado acima, retiramos os seguintes exemplos. Nos três primeiros, a partir da configuração inicial, ou geração 0, bastam duas outras gerações para a população desaparecer por completo.



POPULAÇÕES QUE SE EXTINGUEM.

Há algumas configurações que, uma vez atingidas, nunca mais mudam, como ilustrado:



VIDA ETERNA (o diagrama da direita não muda mais).

Outras ainda são periódicas:

CONFIGURAÇÃO PERIÓDICA.

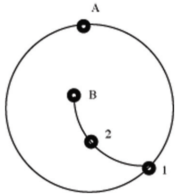
Há configurações complexas que dão origem a comportamentos muito estranhos. Há muitos locais na web onde se pode experimentar este jogo.

Há uma versão do Jogo da Vida para dois jogadores. Usam-se peças coloridas, por exemplo, as peças das damas. A cada jogador corresponde uma cor e as células vivas podem ter uma dessas cores. Quando uma célula nasce, tem a cor da maioria das vizinhas que lhe deram origem (que são três no total). Cada jogada consiste em colocar uma peça própria numa casa vazia e retirar uma do adversário. Segue-se a passagem, automática, à geração seguinte. O jogo parte de uma configuração inicial qualquer, em que as cores estejam em igualdade numérica, e termina quando uma delas deixa de ter representação no tabuleiro.

Voltando à nossa breve biografia, em 1986 Conway trocou Cambridge por Princeton, nos EUA, onde começou por se dedicar à Geometria.

Um outro jogo original a que Conway está ligado é o Couves, que inventou com Michael Paterson.

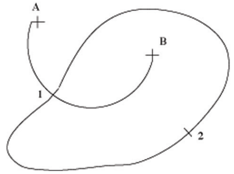
Trata-se de um jogo geométrico em que se inicia com um conjunto de pontos no papel e cada jogada consiste em unir dois desses pontos (ou um ponto a si mesmo) por uma linha curva que não passe por nenhum outro ponto. Para além disso, é obrigatório marcar um novo ponto sobre a curva. Por fim, cada ponto só pode pertencer, no máximo, a três curvas. Perde que não dispuser de nenhuma jogada legal.



A partir dos pontos iniciais A e B, um jogador ligou A a A e introduziu 1, o outro ligou 1 a B e Introduziu 2...

Este jogo tem resistido a todas as análises, revelando uma grande complexidade, apesar de se tratar de um simples jogo de lápis e papel.

O mesmo sucede com a variante Couve de Bruxelas em que Conway substitui pontos por cruzes, o que permite que haja confluência de quatro curvas.



A partir dos pontos A e B um jogador uniu o braço Oeste de A com o Sul de B e introduziu 1, o outro uniu os traços livres de 1 e introduziu 2...

Conway inventou muito jogos e iniciou, nos anos 1970, a Teoria de Jogos Combinatórios, hoje uma área matemática cultivada por alguns dos melhores matemáticos. No capítulo seguinte daremos uma ideia de parte dessa teoria. Por agora mencionemos um jogo aritmético de sua autoria, também de papel e lápis: o Sylver Coinage. Cada jogada consiste em nomear um número natural, desde que este não seja soma de alguns números já nomeados (as repetições são permitidas). Perde quem se vir obrigado a dizer "um". Por exemplo, se A diz 7, B diz 10, A agora não pode dizer 17 (porque é 10+7), nem 14 (porque é 7+7), nem 20 (10+10), nem 21 (porque é 7x3), etc. Este jogo levantou questões matemáticas de grande relevância, algumas das quais permanecem por esclarecer.

Conway foi sempre um grande cultor da Matemática Recreativa. Entre os muitos conceitos a que está ligado, temos a sucessão que leva o seu nome:

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211, ...

Qual é a regra de formação desta sucessão?

A resposta não poderia ser mais simples: começando com 1, cada termo obtém-se por leitura do anterior. Assim, o primeiro termo é 1, pelo que o segundo é "um 1", isto é, 11. O terceiro será "dois uns", ou seja, 21, e assim sucessivamente. Há muitas curiosidades associadas a esta sucessão, por exemplo, nunca ocorre nenhum

outro dígito para além dos 1, 2 e 3.

Terminamos esta secção com uma citação do próprio Conway:

"Costumava sentir-me culpado por passar dias inteiros ocupado com jogos, quando era suposto fazer Matemática. Mas depois, quando descobri os números surreais, compreendi que jogar jogos É Matemática."

São exactamente os jogos relacionados com os números surreais que nos vão ocupar as próximas páginas, nomeadamente o jogo NIM, que está na base das teorias de Conway.

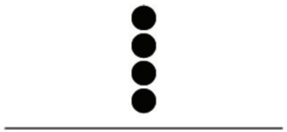
NIM

Este clássico foi o primeiro jogo combinatório a ser tratado matema-ticamente, em 1902, pelo matemático Bouton.

Joga-se com pilhas de feijões. Cada jogador, quando lhe toca jogar, pode

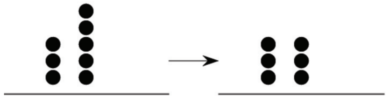
retirar feijões de uma pilha à sua escolha, quantos quiser, de um mínimo de um a um máximo de toda a pilha. Ganha o jogador que retirar o último feijão.

Se o jogo envolver somente uma pilha de feijões, é muito simples determinar a melhor jogada. Se a pilha não for vazia, o próximo jogador ganha, retirando todos os feijões. Se a pilha for vazia, o jogador anterior ganhou.



O próximo jogador vence retirando toda a pilha.

Com duas pilhas, o jogo também não é difícil. Se as pilhas forem diferentes, o jogador seguinte iguala-as e, a partir daqui, copia a jogada do adversário. Por exemplo, se duas pilhas, com 3 e 5 feijões, forem representadas pelo par (3, 5), então a boa jogada é para (3, 3). A partir de então, o que o adversário fizer numa pilha, o jogador faz na outra.



Quem deixar ao adversário duas pilhas iguais vai vencer.

Naturalmente, quem, na sua vez, encontrar duas pilhas iguais, não dispõe de estratégia vencedora.

No caso de três pilhas a análise não é tão simples. Necessitamos de novos conceitos para determinar a estratégia óptima.

Precisamos de introduzir uma nova operação nos números naturais (nós aprendemos na escola diversas operações, como a soma ou a multiplicação).

Comecemos por notar que nos números habituais a ordem dos dígitos é relevante. Todos sabem que 123 e 321 são números distintos. A razão que subjaz a este fenómeno é a natureza posicional da nossa escrita numérica. Na realidade 321 é uma maneira curta de dizer

3x100 + 2x10 + 1

Enquanto 123 é 100 + 2x10 + 3. Dizemos que escrevemos em base 10 porque os nossos números são somas de múltiplos de potências de 10.

Para analisar matematicamente o NIM revelou-se importante usar uma base diferente, a base 2, também chamada binária. Nesta base os números escrevem-se como somas de potências diferentes de 2. Relembremos as primeiras potências de 2:

2x2 = 4, 2x2x2 = 8, 2x2x2x2 = 16, 2x2x2x2x2 = 32

Considera-se que o número 1 também é uma potência de 2 (colocar em nota de rodapé que é devido ao facto de 20=1)

Os números naturais, em base 2, são descritos da seguinte forma:

1, 2, 3 = 2 + 1, 4, 5 = 4 + 1, 6 = 4 + 2, 7 = 4 + 2 + 1, 8, 9 = 8 +1, 10 = 8 + 2

Em geral, para escrever um número qualquer em base 2, começamos por encontrar a maior potência de 2 que ele contém, depois fazemos o mesmo à diferença entre o número e essa potência de 2 e vamos repetindo. Por exemplo, para escrever 23 em base 2, começamos por notar que 23 > 16, mas 23 < 32. Agora calculamos 23-16 = 7. O número sete já se encontra na lista acima, 7 = 4 + 2 + 1. Assim,

23 = 16 + 4 + 2 + 1

A nova operação que necessitamos chama-se soma-nim e pode definir-se assim: a soma-nim de dois números obtém-se escrevendo-os em base 2 e somando de forma usual duas potências diferentes de 2, sendo nula a soma de duas potências de 2 iguais.

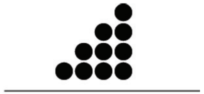
Exemplifiquemos. A soma-nim de 6 e 7, que se representa por 6Đ7, obtém-se notando que 6 = 4 + 2, 7 = 4 + 2 + 1, portanto

6Đ7 = (4 + 2) Đ (4 + 2 + 1) = 4Đ4Đ2Đ2Đ1 = 1

Outro exemplo: 12Đ23 = (8+4)Đ(16+4+2+1)=16+8+2+1=27.

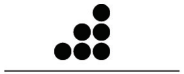
Esta «estranha» operação ganhou importância porque Bouton provou em 1902 que se conseguirmos deixar ao adversário pilhas de feijões cujas quantidades tenham soma-nim nula, vamos ganhar, desde que na nossa vez anulemos sempre a soma-nim dos números de feijões das pilhas.

Ilustremos com a posição seguinte.



NIM COM PILHAS DE 1, 2, 3, 4 FEIJÕES.

Cancelando aos pares as potências iguais de 2 que nos surgem, calculamos 1Đ2Đ3Đ4=1Đ2Đ(2+1)Đ4=4. A única parcela que não desaparece é o 4 (dado surgirem dois 1s e dois 2s, estas parcelas seriam eliminadas após a soma), o que nos sugere a boa jogada: retirar todos os feijões da pilha de 4. Obtemos



POSIÇÃO NIM COM SOMA-NIM NULA

Como 1Đ2Đ3=1Đ2Đ(2+1)=0, esta é uma jogada vencedora.

O teorema de Bouton contempla qualquer número de pilhas, incluindo os casos de uma ou duas pilhas tratados antes. As boas estratégias que aí descobrimos são as mesmas que este resultado aconselha!

O que Bouton mostrou foi que:

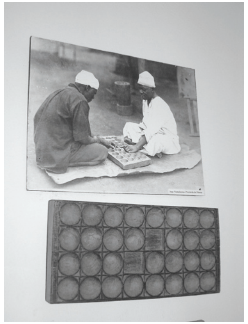
1 – A posição final (ausência de feijões) tem soma-nim nula;

2 – De uma posição com soma-nim diferente de zero é possível jogar para uma com soma-nim igual a zero;

3 – De uma posição com soma-nim nula todas as jogadas possíveis conduzem a posições com soma-nim diferente de zero.

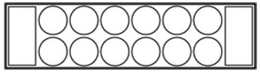
A estratégia vencedora consiste em obrigar o nosso adversário a jogar a partir de posições com soma-nim nula. Mais tarde ou mais cedo será a vez dele jogar e não haverá nenhum feijão na mesa!

AS REGRAS DO OURI



Tabuleiro e jogadores de Bao

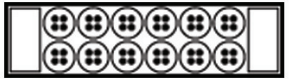
Para jogar o Ouri é necessário um tabuleiro com 14 buracos, dois dos quais são designados por depósitos e é onde se guardam as capturas que ocorrem durante uma partida. Os restantes buracos (que designaremos por casas) estão divididos em duas filas de seis, cada uma pertencendo a um jogador.



O tabuleiro pode ser colocado numa mesa em posição horizontal e cada jogador senta-se do lado da sua fila de casas. A sementeira que pertence ao jogador é aquela que fica à sua direita.

Inicialmente cada buraco (excepto as sementeiras) é preenchido por quatro peças (também as chamaremos de sementes, dado ser um material comum para representar as peças do jogo no dia-a-dia das pessoas que jogam o Ouri), perfazendo um total de 48 peças.

Obtemos, assim, o seguinte tabuleiro:



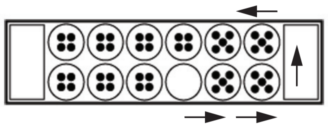
O Ouri é um jogo de captura. O objectivo do jogo é capturar mais de metade das peças com que se inicia uma partida. Quando isso ocorre o jogo pode terminar de imediato com a vitória do jogador que conseguiu este objectivo. Como há 48 sementes no início, quem capturar 25 (ou mais) ganha a partida.

Como o número de peças iniciais é par, é possível que a partida termine num empate mas entre jogadores que não sejam mestres, este não é um resultado comum.

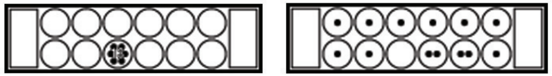
Os jogadores, como na maioria dos jogos de tabuleiro, jogam alternadamente. Uma jogada consiste em escolher uma sua casa, recolher as sementes na sua mão e semeá-las no tabuleiro.

Como decorre um semear? O jogador começa na casa à direita daquela que escolheu e coloca uma semente por cada casa no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Se o jogador escolheu a sua casa mais à direita, a primeira casa que recebe uma semente é a casa do adversário imediatamente à frente (ou seja, a seguinte, no sentido contrário aos dos ponteiros do relógio).

Por exemplo, se o primeiro jogador (consideramos, nestes diagramas, que o primeiro jogador possui sempre a linha de casas inferior) começar a jogar escolhendo por semear a sua quarta casa mais à direita, o resultado de semear resultaria no seguinte tabuleiro:



Se a casa escolhida para semear tiver doze ou mais sementes, ela vai dar uma volta completa ao tabuleiro. Nesses casos, não se semeia a casa inicial, saltando-se para a seguinte. Um exemplo onde o primeiro jogador semeia o tabuleiro a partir de uma casa com treze sementes:



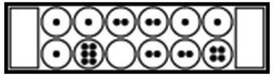
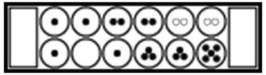
Existe uma restrição sobre as casas que cada jogador pode escolher: se existir a opção de semear casas com duas ou mais sementes, o jogador não pode escolher semear casas com apenas uma semente. No diagrama anterior da direita, o primeiro jogador, caso fosse o seu turno, apenas poderia escolher uma das duas casas com duas sementes. Já o segundo jogador era forçado a semear uma casa com uma semente dado não ter outra opção.

A regra que temos de descrever a seguir é quando ocorrem capturas (afinal, é esse o objectivo do jogo). As capturas ocorrem se certas condições forem satisfeitas quando o semear termina.

Se a casa final do semear terminar na fila do adversário e essa casa ficar com duas ou três sementes (ou seja, incluindo a semente que o jogador acabou de colocar), todas essas sementes são capturadas e colocadas no depósito do jogador.

Para além dessas sementes, se as casas imediatamente anteriores do adversário (anterior sempre em relação ao sentido contrário dos ponteiros do relógio) também tiverem duas ou três sementes, são igualmente capturadas. A sequência de captura termina mal se encontre uma casa que não tenha duas ou três sementes.

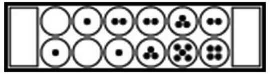
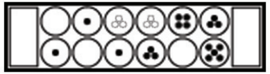
Seja o seguinte exemplo onde o primeiro jogador decide semear a sua casa com seis sementes:

O diagrama da direita mostra o resultado do semear imediatamente antes da captura. Como a última semente terminou na segunda casa do adversário e esta ficou com duas sementes, estas serão capturadas. Como a casa anterior também tem duas sementes, o

resultado do semear produzirá quatro capturas (as sementes a remover foram assinaladas a branco).

Já no seguinte exemplo, o primeiro jogador decide semear a sua quinta casa (a que tem 5 sementes) e a captura de peças dai resultante apenas ocorre em duas das casas do adversário, dado que a casa anterior na sequência possui quatro sementes:

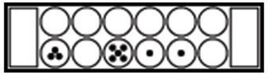
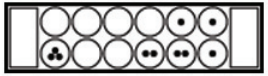
 

Qualquer outro semear que termine numa casa do adversário com menos de duas ou mais de três sementes não produz qualquer captura. Da mesma forma, se o semear terminar na linha de casas do próprio jogador, mesmo que essa casa tenha duas ou três sementes, daí também não resulta qualquer captura.

Estas são as regras essenciais do Ouri. Porém, para tratar certos casos especiais existem ainda algumas regras que se descreve a seguir.

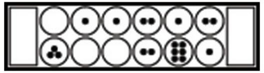
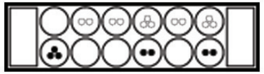
Se um jogador ficar sem sementes na sua linha de casas, o adversário é obrigado, no seu turno seguinte, a realizar uma jogada que coloque pelo menos uma semente na linha do jogador (para que este possa jogar). Se isto não for possível, o jogo termina e o jogador que ainda pode semear captura todas as sementes ainda em jogo para o seu depósito.

No seguinte exemplo, o primeiro jogador é obrigado a jogar a sua terceira casa, dado ser a única que «alimenta» a linha adversária.

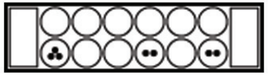
Se um jogador com o seu semear capturar todas as peças do adversário, tem de jogar novamente e colocar pelo menos uma peça na linha adversária. Se isso não for possível, o jogo termina, e o jogador que ainda tem sementes, captura todas as sementes no tabuleiro e recolhe-as no seu depósito.

No seguinte exemplo, o primeiro jogador pode capturar todas as sementes do adversário se optar por semear com a sua quinta casa. Porquê?

Porque a última casa do semear fica com duas sementes (que serão, assim, capturadas) e todas as outras casas da linha do segundo jogador também são capturadas (no diagrama anterior da direita, as peças capturadas estão marcadas a branco).

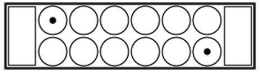
Após a captura, obtemos o seguinte diagrama (da esquerda):




Como o segundo jogador não consegue jogar (todas as suas sementes foram capturadas), o primeiro jogador é obrigado a jogar novamente e semear peças na linha adversária. Neste caso, a única jogada possível é semear a sua sexta casa (o resultado desse semear mostra-se no diagrama anterior da direita).

Como referido na página anterior, se mesmo com a obrigatoriedade de alimentar a linha adversária, o jogador com sementes não o consegue fazer apenas com uma jogada, a partida termina. O jogador com sementes recolhe-as para o seu depósito e ambos contam as sementes que possuem. Quem tiver mais ganha. No caso que cada possua 24 sementes, a partida é um empate.

Existe, porém, um tipo de posições não bem especificado que, mesmo que seja raro, pode ocorrer em partidas de Ouri. É quando uma determinada posição entra em ciclo, podendo assim, caso não se tome uma decisão, nunca terminar. O diagrama seguinte mostra uma destas situações Cada jogador apenas tem uma jogada possível e de onde não é possível terminar normalmente a partida:



Neste tipo de situações os dois jogadores têm de chegar a acordo e partilhar as peças, escolhendo um momento apropriado para terminar a partida e onde cada um fica com as sementes na sua linha de casas.

Deixamos a descrição das regras com um desafio ao leitor. Observe o diagrama anterior. Mesmo sem saber quantas sementes cada jogador possui no seu respectivo depósito, qual o resultado final da partida após a partilha destas duas últimas sementes?

A FAMÍLIA DO OURI

O Ouri é um jogo da família do Mancala, nome usado para referenciar um conjunto de jogos diversos mas de fundamento comum, nomeadamente, nos turnos serem alternados; nas sementes não terem cor, ou seja, elas são partilhadas pelos jogadores e apenas a posição delas no tabuleiro indica quem as pode apanhar; no acto de semear (recolhendo todas as sementes de uma casa e deixando uma semente por cada uma das casas seguintes); no seu movimento circular e no objectivo de obter a maioria das capturas.

Outros jogos da mesma família, como o Bao, o Ayòayò ou o Kahala (esta última uma invenção moderna de William Champion e comum nos computadores e telemóveis) têm variações tanto no formato do tabuleiro, por exemplo, (no caso do Bao existem quatro linhas de casas, duas por jogador); na forma de captura (há variantes onde se captura em casas diversas da casa onde se coloca a última semente, como na casa oposta do adversário no Kahala); ou na repetição do turno (no caso do Bao e do Ayòayò é possível semear repetidas vezes, fazendo o adversário esperar a sua vez).

O nome Mancala acredita-se que é originário da palavra árabe naqala que significa «mover» e esta família de jogos, composta por centenas de variações e cuja origem é milenar, estende-se das Caraíbas até à Indonésia. No caso do Ouri, ele é tradicionalmente jogado na África Ocidental (por exemplo, no Senegal, no Mali ou em Cabo Verde) e em parte das Caraíbas (sendo mais comum nas ilhas de língua inglesa e francesa). Por isso, o Ouri pode ser encontrado sobre vários nomes, como Wari, Awari, Aware, Awele ou Oware.

Considerando esta procedência árabe do termo é possível argumentar que a sua origem tenha sido perto da península Arábica e, para confirmar esta teoria, foram encontrados tabuleiros antigos nessa região. Claro que o formato do tabuleiro e o tipo de componentes necessário para jogar partidas de Ouri é muito simples

(basta escavar uns buracos no chão e usar pedrinhas como sementes) o que significa que a origem pode ser muito mais antiga e não ter nada a ver com a região onde o jogo adquiriu o nome pelo qual é conhecido actualmente.

É interessante verificar como um jogo milenar já possui uma componente abstracta tão forte, não usando componentes aleatórios (como o lançamento dos dados), não necessitando de força física, de resistência ou de destreza, características que a maior parte dos jogos tradicionais requer. Desta forma, permite que seja jogado por qualquer pessoa, independente da idade, do sexo ou das capacidades motoras e confiando apenas na inteligência e na experiência que cada um obtém ao jogá-lo.

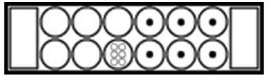
É possível conhecer mais sobre o jogo na página da Sociedade Internacional do Ouri em http://www.oware.org.

PARA LÁ DAS REGRAS

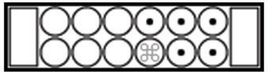
JOGADORES DE N'CHUVA (MAPUTO, MOÇAMBIQUE)

Pistas para um bom jogador de Ouri

É muito importante contar no Ouri, ou seja, saber, dado um número de sementes numa casa, onde irá parar a última semente se estas forem semeadas. Por exemplo, uma casa com seis sementes, irá terminar na casa do adversário na diagonal da direita da casa inicial (no seguinte diagrama da esquerda, as peças brancas estão somente a indicar de onde saíram as peças iniciais:



SEIS PEÇAS NA DIAGONAL



SEMEAR ATÉ À NOSSA FRENTE

Para um semear cair na casa dianteira é sempre necessário um número ímpar de sementes, no diagrama anterior da direita, foram precisas cinco sementes.

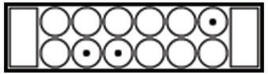
Para medir onde vai terminar o semear de uma casa com 12 ou mais peças, subtrai-a 11 (não se esqueça que o semear salta sempre sobre a casa inicial). Para casas com 23 ou mais peças, subtrai-a 22.

É muito útil saber quais os valores do resultado actual. Saber quantas sementes nós e adversário precisamos para ganhar é determinante na escolha da próxima jogada (especialmente nos fins de partida, como veremos adiante).

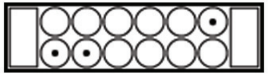
Um importante ponto estratégico é ter controle de quantas jogadas se pode fazer sem semear sementes no lado adversário (chamemos a estas jogadas «semear em casa»). No final, quando já só restam muito poucas peças no tabuleiro, é preciso gerir com cuidado as jogadas que cada jogador possui, porque daí pode ser decidida a vitória ou a derrota da partida.

Nos seguintes diagramas observamos duas partidas muito equilibradas (em ambas, o resultado actual é 22-

23, ou seja, uma vantagem de uma peça para o segundo jogador). O primeiro jogador deve jogar a seguir. Conseguirá ele ganhar em alguma das situações?



SITUAÇÃO A



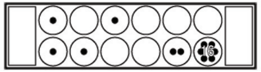
SITUAÇÃO B

Na situação A, o primeiro jogador consegue fazer sete movimentos no seu lado do tabuleiro (ou seja, semeares em casa). Isso não lhe dá tempo suficiente, dado que não consegue fazer com que a peça adversária venha para o seu lado (são precisos seis turnos) e, ao mesmo tempo, criar uma situação em que seja possível não semear o lado adversário (porque se o conseguisse, ficaria com todas as sementes). Este jogo termina num empate 24-24.

Já na situação B, o primeiro jogador tem oito semeares em casa. Esse movimento extra permite criar uma situação tal que consegue gerir as suas peças durante seis turnos de modo a que a semente adversária venha para o seu lado e, ao mesmo tempo, fazer com que na jogada seguinte não seja obrigado a semear o campo adversário (ganhando, assim, por 25-23).

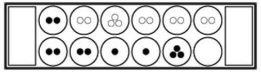
Outro ponto estratégico relevante no Ouri é construir casas com muitas sementes para que o jogador possa semear para dar duas voltas ao tabuleiro. Em certas situações isso pode significar a captura de todas as peças do adversário. Quanto mais à direita essa casa estiver, menor é o número de sementes necessário para realizar as duas voltas à fila do adversário.

Vejamos esta seguinte posição (primeiro jogador capturou, até agora, 8 sementes, o segundo jogador já capturou 18). É o primeiro jogador (que aqui joga sempre na linha Sul do tabuleiro) a continuar a partida.



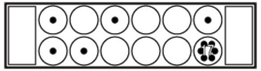
Nesta situação um jogador experiente de Ouri observa o seguinte: (a) há casas que podem ser capturadas, neste caso, a primeira e terceira casa do adversário (a contar da esquerda); (b) há três casas suas que podem ser sujeitas a captura (a primeira, segunda e quinta casa); (c) o conjunto actual de capturas (8 vs. 18) que lhe é desfavorável.

Se o primeiro jogador decidisse semear a sua casa com 16 peças, obtínhamos a seguinte posição (as peças brancas são capturadas):

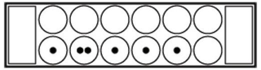


O primeiro jogador teria capturado 11 peças deixando o resultado das sementes capturadas em 19-18. No entanto, apesar de muitas sementes capturadas, a única jogada do segundo jogador permitira a captura de 6 sementes, garantindo, desde logo, o empate com 24 sementes. Poder-se-á fazer melhor?

O problema da jogada do primeiro jogador foi que pensou apenas em maximizar as suas capturas sem se preocupar com as fraquezas que resultaram da sua jogada. Teria sido melhor semear a sua quinta casa:

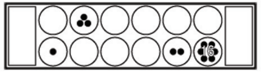


O segundo jogador jogava a sua casa mais à esquerda, capturando mais duas sementes (resultado 8-20). Agora, era o momento certo para semear a sua casa com 17 sementes, capturando 14 sementes (resultado 22-20) e obtendo a seguinte posição:

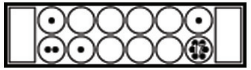


O segundo jogador passa a vez (porque não tem sementes no seu lado do tabuleiro) mas o primeiro jogador não consegue semear para o campo adversário. O jogo termina e o primeiro jogador recolhe (segundo as regras) o resto das sementes no tabuleiro, ganhando por 28-20.

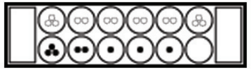
Considere a seguinte posição relativamente similar à descrita atrás. Como pode o primeiro jogador capturar todas as peças do tabuleiro? (tente descobrir a solução antes de a ler no parágrafo seguinte)



A melhor jogada para o primeiro jogador é acumular mais uma semente na sua sexta casa, semeando a sua quinta casa. Se o segundo jogador semear a sua casa com três sementes, o primeiro jogador semeia as suas 17 sementes e captura todas as sementes adversárias (as sementes capturadas estão desenhadas a branco no diagrama da direita):



ANTES...

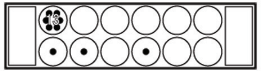


...DEPOIS

Como o segundo jogador fica sem sementes no seu lado, tem de passar o seu turno mas o primeiro jogador também não consegue semear para o lado adversário. O jogo termina e o primeiro jogador captura as sementes do seu lado.

Destes últimos exemplos concluímos que se conseguirmos chegar à fase final com uma casa com muitas sementes e com o adversário com poucas peças no seu lado, é provável que consigamos criar uma posição que nos permita capturar um grande número de peças e, assim, ganhar a partida.

Ainda na mesma temática, como pode o primeiro jogador impedir que o adversário capture as sementes do seu lado do tabuleiro?

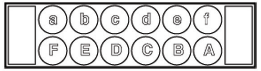


Para evitar que o adversário dê uma volta completa e entre novamente no nosso lado do tabuleiro, uma das nossas casas deve ter duas sementes (para que, na segunda volta do semear, essa casa termine com quatro sementes, quebrando assim a sequência de capturas). Nesta posição, a melhor jogada seria semear a primeira casa, de

modo a que a segunda casa ficasse com duas sementes.

Abertura no Ouri

Nesta secção vamos sugerir algumas boas jogadas iniciais e alguns princípios que podem servir para um jogador de Ouri melhor a sua qualidade de jogo. Nos seguintes parágrafos usaremos uma notação para identificar cada casa do tabuleiro. Para o primeiro jogador (que possui a linha Sul) usamos letras maiúsculas, para o segundo jogador (com a linha de casas Norte) usamos minúsculas:



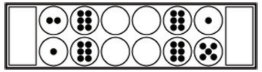
Deve-se dar preferência por começar a semear das casas mais à direita (começar pela casa A é melhor que pela casa F). Deste modo, apesar de darmos rapidamente sementes para a linha adversária, garantimos mais jogadas nas nossas casas a médio prazo porque as casas mais à esquerda não vão ter excesso de sementes cedo demais. Deve-se evitar começar o jogo por E ou F.

Devemos evitar semear mais que duas casas consecutivas no início do jogo. Deste modo evitamos futuras capturas em casas adjacentes. Isto porque, se ficam três ou mais casas vazias, o adversário pode, num semear, colocar uma semente em cada casa e ameaçar, num seguinte turno, obter capturas múltiplas. Assim, após a abertura em A, poderia seguir-se B,D,E nas próximas três jogadas, ou C,D,F.

Nunca esquecer que o adversário também está a semear as suas sementes e que as suas decisões têm reflexo no que fazemos a seguir (seja para aproveitar erros flagrantes, seja para evitar armadilhas). Devemos evitar começar a perder vantagem no número de capturas realizadas, porque se pode tornar difícil recuperar a diferença no desenrolar da partida.

É importante manter um bom número de semeares em casa (como foi referido, significa não largar sementes na linha adversária), para podermos controlar os movimentos do inimigo e esperar pelo momento certo para desencadear um ataque. No início, é importante fazer semeares de duas casas consecutivas para começar a ser possível semear em casa. Aberturas alternadas (A,C e depois E; ou B,D,F) são seguras no que toca a capturas mas tornam-se difíceis de manter porque se torna mais difícil ao jogador semear em casa.

Outro ponto relevante é começar a criar uma casa, o mais à direita possível, com muitas sementes para poder, mais tarde, efectuar capturas na linha do adversário. Este objectivo pode entrar em conflito com os anteriores, sendo tarefa do jogador conseguir coordená-los o melhor possível de modo a poder criar para si mesmo, uma posição mais segura para enfrentar os fins de partida. Outra vantagem de ter casas com muitas sementes é, caso a nossa posição comece a sofrer por não ter um bom número de semeares em casa, a redistribuição das sementes de uma casa deste tipo, pode voltar a dar-nos vantagem neste ponto.



Neste diagrama, é preferível jogar E, semeado seis peças e dando algumas ao adversário, que F perdendo essa semente única que nos garante um bom número de semeares em casa. Mesmo que alguns possam vir a ser ameaçados de captura, existem jogadas defensivas para o evitar, e mantém-se flexibilidade para os turnos seguintes.

As capturas não devem ser sempre efectuadas. Ou por tratar-se de uma armadilha (um preço que o adversário está disposto a pagar para obter maiores rendimentos a seguir) ou porque pode haver operações mais rentáveis nos próximos turnos. Este conselho serve tanto para o início do jogo como para as fases seguintes do meio e do fim de jogo.

O Ouri foi resolvido?

Em 2002, na Holanda, John Romein e Henri Bal montaram 144 computadores em rede e criaram um sistema paralelo de computação muito poderoso com o objectivo de «resolver» o Ouri.

O que significa resolver um jogo? Considerando a posição inicial de um qualquer jogo (no caso do Ouri, temos quatro sementes em cada casa antes do jogo se iniciar), o primeiro jogador tem um conjunto de jogadas possível que pode escolher.

Uma jogada inicial possível

Outra jogada inicial possível ...

Para cada jogada que o primeiro jogador faça, o segundo jogador tem novamente um conjunto de opções e assim sucessivamente. Se desenhássemos este diagrama para incluir todas as jogadas possíveis dos dois jogadores ao longo dos turnos (só terminando quando chegássemos aos fins de partida, fossem elas vitórias, derrotas ou empates para o primeiro jogador) obteríamos o que se designa por árvore do jogo.

A árvore do jogo inclui todas as posições possíveis de todas as partidas possíveis. Por exemplo, na árvore de jogo do Xadrez estariam todas as posições válidas que são possíveis de obter numa qualquer partida de Xadrez. No caso da árvore do Ouri, Romein e Bal fizeram os cálculos e chegaram à conclusão que existem 889.063.398.406 (!) posições possíveis de distribuir as 48 sementes pelas 12 casas segundo as regras do Ouri A tarefa deles (e do computador paralelo que montaram) era calcular a árvore de jogo do Ouri.

Devido à rapidez e poder de cálculo deste computador bem como das técnicas desenvolvidas pelos dois investigadores, foram necessárias apenas 51 horas de processamento para calcular a referida árvore do jogo e, assim, resolver o Ouri. Veredicto final? O Ouri, jogado de forma perfeita, resulta sempre num empate (ou seja, 24 sementes para cada jogador).

Significa isto que o jogo do Ouri perdeu interesse já que resulta sempre num empate? Tornou-se o Ouri num Jogo do Galo onde ninguém ganha ao adversário se ambos souberem jogar bem? Claro que não. Jogar bem não é sinónimo de jogar de forma perfeita. Um ser humano – que não esteja a ser auxiliado por um computador – não consegue utilizar uma árvore de jogo desta dimensão porque é impossível decorá-la.

Apesar do resultado, apesar da resolução acima descrita, os jogadores continuarão a divertir-se com um jogo que exige um elaborado pensamento estratégico para ser bem jogado.