

Elementos de Geometria

teste 1

Jorge Nuno Silva

21 de Abril de 2006

1. Estude a seguinte cónica:

$$6x^2 + 4xy + 3y^2 - 1 = 0.$$

2. A transformação t é definida por $t(x, y) = (x - 2y, y - 2x)$
 - (a) t é euclidiana? Justifique.
 - (b) t é afim? Justifique.
 - (c) Determine a imagem da recta $2y = -x$ por t .
3. (a) Determine uma transformação afim s , tal que $s(-1, 0) = (1, -1)$, $s(-2, 0) = (0, -4)$, $s(0, 2) = (-2, 1)$.
 - (b) s é euclidiana? Porquê?
 - (c) s é uma projecção paralela? Porquê?
 - (d) Determine a imagem da recta $y = x - 1$ por s .
4. Considere o conjunto $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Dê um exemplo de uma geometria cujo conjunto de pontos seja X . Para essa geometria exiba duas figuras congruentes e duas figuras não congruentes.
5. O que é uma geometria (no sentido de Klein)? Dê um exemplo original de uma geometria do plano. Enuncie uma propriedade dessa geometria. Justifique.
6. Considere (\mathbb{R}^2, G) onde G é o conjunto de todas as translações que se podem definir no plano associadas a vectores unitários. Trata-se de uma geometria? Justifique.

7. O triângulo de vértices $(0,0), (1,0), (1,1)$ é euclidianamente congruente com o triângulo de vértices $(0,0), (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2), (0, \sqrt{2})$? Em caso afirmativo exiba uma transformação euclidiana apropriada, em caso negativo justifique.