ELEMENTOS DE GEOMETRIA 2k3/2k4
Últimos resultados

Jorge Nuno Silva

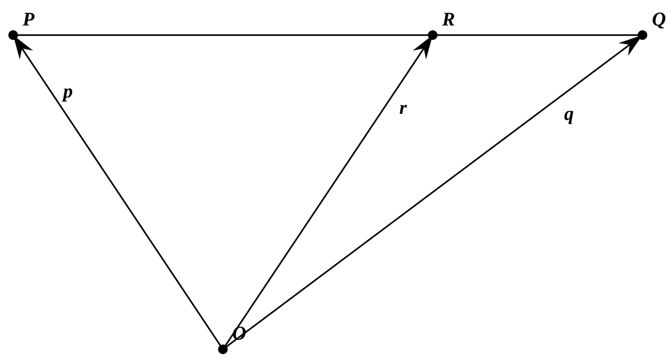
Teorema: Sejam A, B, C, D quatro Pontos distintos de uma Recta. Sejam A', B', C', D' quatro Pontos distintos noutra Recta, tais que AA', BB', CC', DD' se encontram num Ponto U. Então

$$(ABCD) = (A'B'C'D')\,.$$

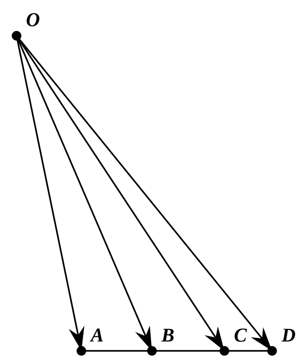
Teorema: (Unicidade do quarto Ponto) Se A, B, C, X, Y são Pontos colineares em $\mathbb{RP}^2$ tais que $(ABCX) = (ABCY)$ então $X = Y$.

Teorema: Sejam A, B, C, D e A, E, F, G dois conjuntos de Pontos colineares (em Rectas distintas de $\mathbb{RP}^2$) tais que $(ABCD) = (AEFG)$. Então BE, CF e DG são concorrentes.

- Em $\mathbb{R}^3$, se tiver o segmento PQ, a unir os pontos associados aos vectores posição p e q, o vector posição, r, do ponto R, que divide PQ na proporção $(1-\lambda) : \lambda$ é $r = \lambda p + (1-\lambda)q$.



- Dados quatro vectores posição complanares a, b, c, d



tem-se $c = \lambda a + (1-\lambda)b$ com $\frac{1-\lambda}{\lambda} = \frac{AC}{CB}$, e $d = \mu a + (1-\mu)b$ com $\frac{1-\mu}{\mu} = \frac{AD}{DB}$.

Exemplo: Num plano de imersão os pontos A, B, C, D estão sobre uma recta com distâncias $AB = 1$, $BC = 3$, $CD = 2$. Então

$$(ABCD) = \frac{AC}{CB} / \frac{AD}{DB} = \frac{10}{9}$$
$$(BACD) = \frac{BC}{CA} / \frac{BD}{DA} = \frac{9}{10}$$
$$(ACBD) = \frac{AB}{BC} / \frac{AD}{DC} = -\frac{1}{9}.$$

Teorema: Tem-se, num plano de imersão,

$$(ABCD) = \frac{DB}{CB} \text{ se } A \text{ for ideal.}$$

$(ABCD) = \frac{CA}{DA}$ se B for ideal.
$(ABCD) = \frac{BD}{AD}$ se C for ideal.
$(ABCD) = \frac{AC}{BC}$ se D for ideal.