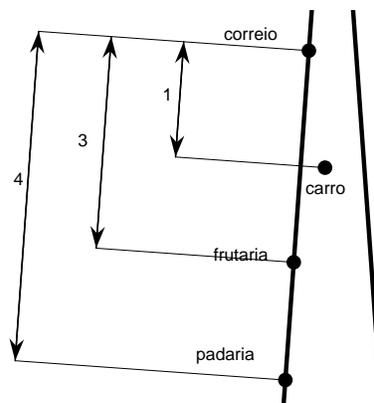


TESTE 2 DE GEOMETRIA

Jorge Nuno Silva

30 de Maio de 2003

1. Determine o cross-ratio $(ABCD)$ dos Pontos com coordenadas homogéneas $A = [3, -3, 0]$, $B = [2, 2, 4]$, $C = [1, 2, 3]$, $D = [3, 5, 8]$.
2. (a) O cross-ratio é um invariante para a Geometria Projectiva? Justifique.
(b) O cross-ratio é um invariante para a Geometria Afim? Justifique.
(c) O cross-ratio é um invariante para a Geometria Euclidiana? Justifique.
3. Num plano de imersão os pontos A, B, C, D estão sobre uma recta com distâncias $AB = 3$, $BC = 1$, $CD = 2$. Determine
 - (a) $(ABCD)$.
 - (b) $(BACD)$.
 - (c) $(ACBD)$.
4. Um carro parte de uma estação de correio, à face da estrada, e anda 10 km. Sabe-se que a frutaria dista 20 km da estação de correio. Uma fotografia aérea mostra-nos o seguinte:

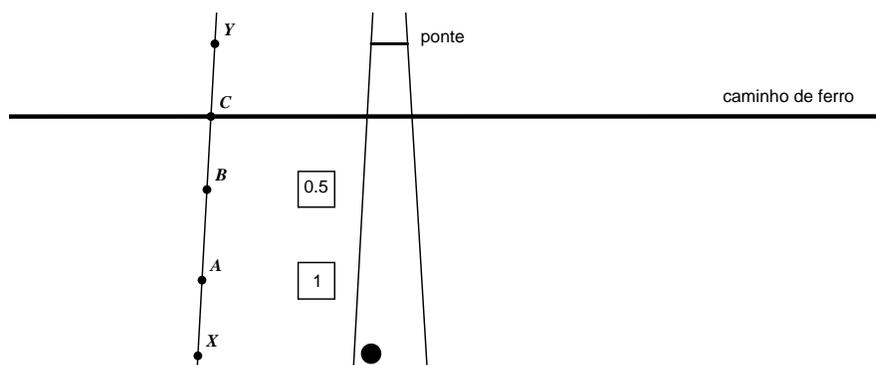


A que distância está a padaria da estação de correio?

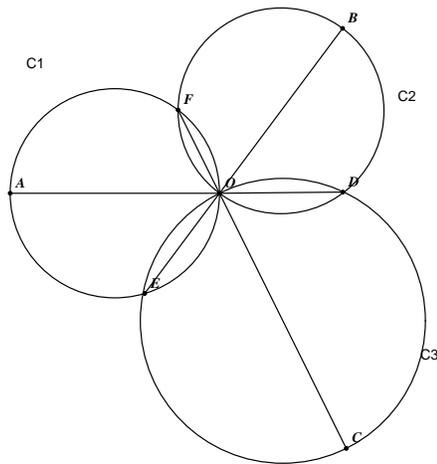
5. A figura abaixo representa uma fotografia aérea de um carro (ponto negro) numa estrada que é cruzada pela linha do comboio e por uma ponte. Há duas placas que indicam a distância (em km) ao cruzamento com a linha do comboio. Na linha à esquerda estão uns pontos, que se referem à fotografia, a que correspondem as medidas: $XA = 4\text{ cm}$,

$AB = 4\text{ cm}$, $BC = 2\text{ cm}$, $CY = 1\text{ cm}$. C representa o carro, A a primeira placa, B a segunda, C o cruzamento com a linha do combóio, Y a ponte.

Determine a distância do carro ao cruzamento e da ponte ao mesmo cruzamento.



6. Três circunferências, C_1, C_2, C_3 passam na origem, O , e encontram-se em outros três pontos distintos, C_2 e C_3 em D , C_1 e C_3 em E , C_1 e C_2 em F . Os seguintes conjuntos de pontos são colineares: A, O, D ; B, O, E ; C, O, F . OA e OB são diâmetros de C_1 e C_2 , respectivamente. Mostre que OC é diâmetro de C_3 .



[Sugestão: Inverta a figura numa circunferência unitária centrada em O , e use o facto de as alturas de um triângulo serem concorrentes.]

7. Seja t a transformação definida por

$$t(z) = \frac{1}{2} (\sqrt{3} + i) z - 2i, \quad z \in \mathbb{C}.$$

- (a) Mostre que t representa uma isometria.
- (b) Interprete t como a composição de uma rotação com uma translação.
- (c) Interprete t como composição de reflexões.