História e Filosofia da Matemática

Docente: Jorge Nuno Silva
Email: `jnsilva@gmail.com`
Morada: Faculdade de Ciências
Campo Grande, C4, Gab. 4.3.25
1749-016 Lisboa
Telemóvel: (+351) 96 347 1954
Gabinete: (+351) 21 750 0003
Fax: (+351) 21 750 0158

Docente: Bruno Jacinto
Email: `bmjacinto@fc.ul.pt`
Morada: Faculdade de Ciências
Campo Grande, C4, Gab. 4.3.12
1749-016 Lisboa

Conteúdo

Informações Gerais

- Aulas: Terça-Feira, 08:00–10:00; Quinta-Feira, 09:00–11:00;
- Página da cadeira: `http://jnsilva.ludicum.org/HFM/HFM2021/hfm2021.html`

- Facebook: `https://www.facebook.com/Hist%C3%B3ria-e-Filosofia-da-Matem%C3%A1tica-109963637468254`
- Whatsapp: `https://chat.whatsapp.com/Cf2zZ8YH03o9cTiTBQDN91`

Filosofia da Matemática

Descrição, Objectivos e Pré-Requisitos

Descrição

A finalidade da parte da cadeira referente à Filosofia da Matemática é fornecer aos estudantes um conhecimento abrangente dos principais tópicos, conceitos e teorias em filosofia da matemática e dar a conhecer conceitos e resultados matemáticos relevantes na motivação das teorias filosóficas em questão.

As principais questões abordadas são as seguintes:

(a) Qual a natureza das entidades matemáticas e discurso matemático?
(b) Qual a justificação do conhecimento matemático?
(c) Qual a explicação para a aplicabilidade da matemática na compreensão de fenómenos empíricos?

Cobriremos as seguintes teorias oferecidas em resposta às questões (a)-(c):

1. Teorias logicistas: Fregeanismo, Logicismo de Russell e Neofregeanismo;
2. Finitismo;
3. Intuicionismo;
4. Estruturalismo;
5. Nominalismo de Field.

Objectivos

Ao completarem esta parte da cadeira os estudantes serão capazes de:

1. (★★★) Escrever de modo claro, cuidado e argumentativo;
2. (★★★) Explicar o Logicismo, Finitismo, Intuicionismo, Estruturalismo e Nominalismo de Field;
3. (★★★) Determinar de que modo estas teorias respondem às questões (a)-(c);
4. (★★★) Avaliar os méritos e problemas destas teorias;
5. (★★) Propor soluções para os problemas (a)-(c);
6. (★) Conhecimento de resultados matemáticos de relevância para as teorias logicista, finitista, intuicionista, estruturalista e nominalista.

Nota: o número de estrelas (entre uma e três) indica o grau de importância do objectivo.

Pré-requisitos

Não há pré-requisitos para esta parte da cadeira. Contudo, alguma familiaridade com lógica elementar e teoria dos conjuntos será útil.

Avaliação

Este módulo vale 6 créditos. Tipicamente requere cerca de 11 horas de trabalho por semana, das quais apenas quatro são passadas em aula.

Elementos avaliativos

Há dois elementos avaliativos:

- 1 **Análise de um argumento**: Análise do argumento abaixo indicado. A extensão máxima é de 750 palavras. Este ensaio vale 20% da nota na cadeira.
    - A análise do argumento pode ser feita individualmente ou em pares (os números de estudante de todos aqueles que elaboraram o trabalho devem figurar na folha de rosto do mesmo).
- 1 **Ensaio**: Ensaio acerca de um dos tópicos abaixo indicados. A extensão máxima é de 1500 palavras. Este ensaio vale 30% da nota na cadeira.

Prazos para entrega dos trabalhos

- Análise de argumento: 23:59 de 15 de Novembro de 2020.
- Ensaio: 23:59 de 8 de Janeiro de 2021.

Requisitos para os elementos avaliativos

Os requisitos para a análise de argumento e para o ensaio são os seguintes:

- Os documentos devem ser enviados por email para bmjacinto@fc.ul.pt;
- Os documentos devem ser entregues em .pdf;
- Os documentos são corrigidos anonimamente, portanto não incluam o vosso nome no documento;
- Na primeira página do documento, escrevam o vosso número de estudante, o nome da cadeira e a questão a que respondem (no caso do ensaio);
- Os ensaios não deverão exceder o limite de palavras. Por favor mencionem o número de palavras no final do ensaio. Quando o limite de palavras seja excedido, as seguintes penalizações serão aplicadas: 1 nota a menos por trabalho que seja 5% para lá do limite, e depois mais uma nota a menos por cada 5% a mais. Incluam no número de palavras tudo excepto a bibliografia (i.e., incluam notas de rodapé, citações, etc.).
- A vossa bibliografia deve fornecer os detalhes completos de todas as fontes em que se basearam. Se citarem ou parafrasearem alguma dessas fontes no vosso ensaio, têm que dar referências claras que permitam que essas fontes sejam identificadas na bibliografia.

Argumento a analisar

A análise de argumento deverá incidir sobre a seguinte passagem:

> "The partial contextual definition, provided by Hume's principle, and the fundamental thought that numerical concepts are second-level concepts yields [an account] of how mathematics is applicable to reality." (Clark e Demopoulos, 2005).

Com base nesta citação, formula um argumento, baseado nas posições de Frege acerca da aritmética, para a tese segundo a qual a aritmética é aplicável à realidade empírica de modo não problemático. Qual é a premissa mais fraca do argumento que formulaste? Porquê? E como fortalecerias a premissa?

Tópicos para o ensaio

O ensaio deverá responder a uma das seguintes questões:

(A) São as verdades da aritmética verdadeiras somente em virtude do seu significado? Que desafio coloca a lógica de ordem superior a esta tese?

(B) É todo o nosso conhecimento acerca dos números naturais justificado à luz da aritmética finitária? Se sim, de que modo exactamente? Se não, porque não? E o que justifica então esse conhecimento?

(C) É a lógica clássica adequada para teorizar acerca da concepção de infinito como potencial? Se sim, de que modo? Se não, porque não? Devemos aceitar a concepção de infinito como potencial? Porquê?

(D) Pode um estruturalista *ante rem* admitir a existência de duas raízes quadradas de -1? Se sim, porquê? Se não, porque não?

(E) É o uso da matemática na formulação de teorias científicas desnecessário? Se sim, devemos rejeitar a existência de entidades matemáticas? Porquê? Se o uso da matemática na formulação de teorias científicas não é supérfluo, porque é a matemática aplicável ao mundo empírico?

IMPORTANTE: Os estudantes devem consultar o docente com a devida antecedência de modo a confirmarem se as suas ideias para o ensaio vão de encontro ao que é esperado.

Recursos Úteis

Recursos gerais

- Google Scholar (http://scholar.google.com/). Ao utilizar-se o link 'cited by' é possível encontrar discussiões acerca de tópicos de interesse.
- *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (http://plato.stanford.edu/).
- PhilPapers (www.philpapers.org).
- Martinich, A. (2005). *Philosophical Writing: An Introduction*. Oxford: Blackwell Publishing.

Introduções e compêndios

- Benacerraf, P. e Putnam, H. (1983). *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*. Cambridge: Cambridge University Press. Segunda Edição.
- Brown, J. R. (2008). *Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*. New York: Routledge. Segunda Edição.
- Colyvan, M. (2012). *An Introduction to the Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Linnebo, Ø. (2017). *Philosophy of Mathematics*, Princeton: Princeton University Press.

- Papineau, D. (2012). *Philosophical Devices: Proofs, Probabilities, Possibilities and Sets*. Oxford: Oxford University Press.
- Shapiro, S. (2000). *Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, Oxford: Oxford University Press;
- Shapiro, S. (2015). *Filosofia da Matemática*. Trad. A. Franco de Oliveira. Edições 70.
- Shapiro, S. (2005). *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- Steinhart, E. (2018). *More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy*. Peterborough (Ontario): Broadview Press.

Recursos específicos

A bibliografia dedicada ao tópico de cada aula é indicada na literatura sugerida para a aula. A leitura sugerida para cada aula encontra-se presente no calendário.

Estrutura e Calendário

Estrutura

A cadeira é composta por duas aulas semanais, cada uma de duas horas.

Cada aula será dedicada à apresentação e discussão de posições em filosofia da matemática acerca da natureza das entidades matemáticas e discurso matemático, justificação do conhecimento matemático e explicação para a aplicabilidade da matemática na compreensão de fenómenos empíricos.

Em cada aula será também indicado um resultado matemáticos que motiva e enquadra o tópico a ser discutido na aula.

No calendário são sugeridas leituras para cada uma das aulas. As aulas não irã pressupor que os textos foram lidos de antemão. Ainda assim, realizar pelo menos uma das leituras sugeridas para cada aula ajudará na compreensão dos tópicos cobertos na aula.

Calendário

Semana 6

Terça-feira, 20 de Outubro | Aula #1 de Filosofia da Matemática
Tópico: Introdução à Filosofia da Matemática

Programa:

1. Apresentação breve do programa da segunda parte da cadeira, processo de avaliação e afins;
2. Introdução breve a questões tratadas em Filosofia da Matemática e a posições acerca da natureza e conhecimento de objectos matemáticas e verdades matemáticas

Leituras sugeridas:

1. Cap. 2 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 1 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Horsten, L., 'Philosophy of Mathematics' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;

4. Benacerraf, P., 'Mathematical Truth', 1973.

QUINTA-FEIRA, 22 DE OUTUBRO | AULA #2 DE FILOSOFIA DA MATEMÁTICA
TÓPICO: INTRODUÇÃO AO LOGICISMO DE FREGE

Programa:
1. Introdução ao Logicismo de Frege, em particular à posição de Frege acerca da natureza e conhecimento dos números naturais;
2. Observações acerca de equinumerosidade e cardinalidade de conjuntos: cardinalidade dos naturais, racionais e reais, e teorema de Cantor.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 5, secção 1 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 2, secções 1-5 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Secção 1.2 de Tennant, N., 'Logicism and Neologicism' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;
4. Cap. 9, secções 2, 4, 5.1 e 5.2 de Steinhart, E., *More Precisely: The Math You Need to Know to Do Philosophy*.

Semana 7

TERÇA-FEIRA, 27 DE OUTUBRO | AULA #3 DE FILOSOFIA DA MATEMÁTICA
TEOREMA DE FREGE

Programa:
1. Elementos necessários para a redução da aritmética à lógica
2. O Teorema de Frege
3. (Putativas) consequências do Teorema de Frege para a natureza das proposições aritméticas e conhecimento aritmético

Leituras sugeridas:
1. Cap. 5, secção 1 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática,Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 2, secção 6 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Secção 1.2 de Tennant, N., 'Logicism and Neologicism' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;
4. Zalta, E., 'Frege's Theorem and the Foundations of Arithmetic' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;

QUINTA-FEIRA, 29 DE OUTUBRO | AULA #4 DE FILOSOFIA DA MATEMÁTICA
PARADOXO DE RUSSELL E NEOFREGEANISMO

Programa:
1. Paradoxo de Russell;
2. Lei básica V e o Problema de César;
3. NeoFregeanismo.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 5, secções 1 e 4 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2000;
2. Cap. 2, secção 7 e cap. 9, secções 1, 2 e 4 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Secções 1.2, 2 e 3 de Tennant, N., 'Logicism and Neologicism' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;

4. Cap. 2, secção 18 de Steinhart, E., *More Precisely: The Math You Need to Know to Do Philosophy*.

Semana 8

Terça-feira, 3 de Novembro | Aula #5 de Filosofia da Matemática
Análise de Argumentos

Programa:
1. Guia acerca do que se espera de uma análise de argumentos.
2. Exercício a treinar a análise de argumentos.

Quinta-feira, 5 de Novembro | Aula #6 de Filosofia da Matemática
Formalismo e Deductivismo

Programa:
1. Formalismo de termos e formalismo de jogos;
2. Deductivismo.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 6, secções 1-2 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2000;
2. Cap. 3 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;

Semana 9

Terça-feira, 10 de Novembro | Aula #7 de Filosofia da Matemática
Finitismo, o Programa de Hilbert e Teoremas de Incompletude de Gödel

Programa:
1. Finitismo
2. O Programa de Hilbert e Extensões Conservativas
3. As consequências dos Teoremas da Incompletude da Aritmética para o Programa de Hilbert

Leituras sugeridas:
1. Cap. 6, secções 3-5 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 4 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Zach, R., 'Hilbert's Program' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;
4. Parte IV, Cap. 12 de Papineau, D. *Philosophical Devices: Proofs, Probabilities, Possibilities and Sets*.

Quinta-feira, 12 de Novembro | Aula #8 de Filosofia da Matemática
Lógica Intuicionista e Constructivismo

Programa:
1. Introdução à lógica intuicionista;
2. Introdução aos modelos de Kripke para a lógica intuicionista;
3. Introdução ao Construtivismo e Intuicionismo de Brouwer

Leituras sugeridas:
1. Cap. 7, secções 1-3 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 5, secções 1-3 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Shapiro, S. and Kouri Kissel, T., 'Classical Logic' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;

4. Moschovakis, S., 'Intuitionistic Logic' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Semana 10

Terça-feira, 17 de Novembro | Aula #9 de Filosofia da Matemática
Intuicionismo, Verificacionismo e Infinito Potencial

Programa:
1. Constructivismo e Intuicionismo de Brouwer;
2. Análise Real Intuicionista;
3. Infinito Potencial e Intuicionismo;
4. Justificação linguística para a lógica intuicionista.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 7 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática//Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 5 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Iemhoff, R., 'Intuitionism in the Philosophy of Mathematics' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Quinta-feira, 19 de Novembro | Aula #10 de Filosofia da Matemática
Categoricidade e o que números não poderiam ser

Programa:
1. Categoricidade: definição e exemplos;
2. O que números não poderiam ser e Estruturalismo.

Leituras sugeridas:
1. Benacerraf, P., 'What Numbers Could Not Be', 1965.
2. Secção 5.2 de Horsten, L. 'Philosophy of Mathematics', in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;
3. Secção 3 (especialmente 3.4) de Tal, E., 'Measurement in Science', in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Semana 11

Terça-feira, 24 de Novembro | Aula #11 de Filosofia da Matemática
Estruturalismo

Programa:
1. Estruturalismo Eliminativista;
2. Estruturalismo Ante-Rem.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 10 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 11 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Reck, E. and Schiemer, G., 'Structuralism in the Philosophy of Mathematics' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Quinta-feira, 26 de Novembro | Aula #12 de Filosofia da Matemática
Indispensabilidade Matemática e Empirismo

Programa:
1. Indispensabilidade Matemática;
2. Teoria da Medição e Teoremas de Representação;

Leituras sugeridas:
1. Cap. 8, secção 2 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 6, secções 1, 3 e 4 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Colyvan, M., 'Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*;

Semana 12

Terça-feira, 1 de Dezembro | Aula #13 de Filosofia da Matemática
Nominalismo e Representação Matemática

Programa:
1. O Nominalismo de Field.

Leituras sugeridas:
1. Cap. 9, secções 1 e 3 de Shapiro, S., *Filosofia da Matemática/Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2015/2000;
2. Cap. 7, secções 1, 3 e 4 de Linnebo, Ø., *Philosophy of Mathematics*, 2017;
3. Secções 1-3 de Bueno, O., 'Nominalism in the Philosophy of Mathematics' in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Quinta-feira, 3 de Dezembro | Aula #14 de Filosofia da Matemática
Ensaio em Filosofia da Matemática

Programa:
1. Estrutura e estilo do ensaio para a cadeira;
2. Exercício a treinar escrita do ensaio.

Leituras sugeridas:
1. http://www.jimpryor.net/teaching/guidelines/writing.html